

МАТЕМАТИКА 2·90 В ШКОЛЕ

МАРТ — АПРЕЛЬ

СОДЕРЖАНИЕ

- 2 Преподавание математики в сельской школе: проблемы, поиски, предложения (Чиканцева Н. И.; Зайкин М. И.; Максимова Л. А.; Пономарев В. С.; Туматаев С. К.; Хамракулов А., Хасанов Б.; Украсина Л. В.; Федорова Л. И.; Беляева Н. Н.; Абдукаrimов М.; Лилишенцева В. П.; Филатов С. С.)
- 7 Приказ Государственного комитета СССР по народному образованию

МЕТОДИЧЕСКИЙ ОТДЕЛ

Из опыта работы

- 9 Возняк Г. М. Прикладные задачи в мотивации обучения
- 11 Фокин Б. Д. Предлагаю свою схему изучения десятичных дробей
- 14 Ноздрачева Л. М. Пропедевтика аналитического аппарата в геометрических задачах V-VI классов

Консультация

- 17 Гольдман А. М., Заваич Л. И., Смирнова В. К. Об устном экзамене по геометрии в одиннадцатых классах школ РСФСР в 1989/90 учебном году
- 34 Кузнецова Л. В., Мельникова Н. Б., Минаева С. С., Фирсов В. В. Экспериментальные экзамены

Вступительные экзамены в вузы

Из писем и заметок

- 39 Читатели предлагают (Шавем М. П.; Кубрак А. И.; Терешин Н. А.; Кононов А. Я.; Юсупов С.; Зандер В. К.)

Конкурсные учебники

Проблемы и суждения

- 47 Монахов В. М. Что такое новая информационная технология обучения?

Внеклассная работа

- 52 Вавилов В. В., Фомин А. А. XXX Международная математическая олимпиада
- 55 Куценок В. Е. Окружность помогает решать задачи
- 59 Гохидзе М. Г. К теме «Вневписанная окружность»
- 60 Лазерев В. А., Левицкий Б. Е. Кубанские ЛФМШ

Занимательная страница

- 63 Михайлов И. И. Числовые курьезы

Задачи

- 71 Математический календарь на 1989-90 учебный год

ЗА РУБЕЖОМ

- 74 Блок А. Я. Тестовая система оценки знаний по математике в школах США

ХРОНИКА

- 73 Шустер Ф. М. Новые книги

- 80 Н. Б. Шапошникова

Редакционная коллегия

Главный редактор Р. С. Черкасов
Зам. главного редактора
А. И. Верченко

Члены редакционной коллегии

Н. М. Бескин, В. Г. Болтянский,
Г. Д. Глейзер, Б. Г. Гнеденко,
Г. В. Дорофеев, Ю. П. Дудницын,
К. И. Дуничев, Н. А. Ермолаева,
Л. И. Заваич, Ю. М. Колгин,
Э. И. Кузнецов, М. Р. Леонтьева,
Г. Л. Лукакин, О. В. Мантуров,
З. И. Моисеева, А. Г. Морокович,
Б. П. Пигарев, Н. Х. Розов,
В. А. Скворцов, Е. С. Смирнова,
С. Б. Суворова, З. С. Сухотина,
С. А. Теляковский, И. Ф. Шарыгин,
Г. А. Ястребинецкий

Зав. редакцией З. В. Шепелева.

Редактор отдела

Н. А. Курдюкова

Научный редактор

З. А. Кремень

Художественный редактор

Б. Ф. Рябов

Технический редактор

Г. Б. Андреева

Корректоры О. Н. Пурлова, М. А. Суворова

Сдано в набор 8.02.90. Подписано в печать
14.03.90. Формат 84×100/16. Печать высокая.
Бумага тип. № 2. Усл. печ. л. 8,4. Усл. кр.-отт.
9,24. Уч.-изд. л. 11,54. Тираж 429 035 экз.
Заказ 5256. Цена 45 коп.

Издательство «Педагогика»
Академия педагогических
наук СССР и Государственного
комитета СССР по печати.

Адрес издательства:
107847, Москва, ГСП, Б-05,
Лефортовский пер., д. 8.

Адрес редакции: 129278,
Москва, ул. Павла Корчагина, д. 7
Телефон: 283-85-83.

Набрано в ордена Трудового Красного
Знамени Чеховском полиграфическом
комбинате Государственного комитета
СССР по печати. 142300, г. Чехов
Московской обл.

Отпечатано в Московской типографии
№ 13 ПО «Периодика» Государственного
комитета СССР по печати. 107056, Москва,
Денисовский пер., д. 30. Заказ 49

a_1, a_2, \dots, a_n вычисляется так:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}},$$

значит, средняя гармоническая радиусов вневписанных окружностей треугольника будет равна $\frac{3}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}}$. Преобразуем третью часть этой величины:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}} = \frac{1}{r_b r_c + r_a r_c + r_a r_b} = \frac{r_a r_b r_c}{r_b r_c + r_a r_c + r_a r_b}.$$

Если учтем равенства (2) и (3), будем иметь:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}} = \frac{pS}{p^2} = \frac{S}{p} = \frac{pr}{p} = r.$$

Очевидно следующее следствие этой теоремы:

$$(r = \frac{1}{\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}}) \rightarrow \left(\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} \right), \text{ т. е.}$$

обратное значение радиуса вписанной окружности равно сумме обратных значений радиусов вневписанных окружностей треугольника.

III. Упражнения.

1. Построить треугольник ABC , если известна сторона AB , радиус r вписанной окружности и радиус r_c вневписанной окружности, касающейся стороны AB и продолжения сторон AC и BC . (Задача решена в «Энциклопедическом словаре юного математика». С. 189.)

2. Доказать, что наименьшее числовое значение выражения $\frac{r_a^2 + r_b^2 + r_c^2}{r^2}$ равно единице.

3. Доказать, что наименьшее числовое значение выражения $\frac{r_a^2 + r_b^2 + r_c^2}{r^2}$ равно 27.

4. Доказать, что для любого треугольника справедливы равенства: 1) $S^2 = r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c$; 2) $4 \left(\frac{1}{h_a^2} + \frac{1}{h_b^2} + \frac{1}{h_c^2} \right) = \frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_a^2} + \frac{1}{r_b^2} + \frac{1}{r_c^2}$, где h_a, h_b, h_c — высоты треугольника.

Кубанские ЛФМШ

В. А. Лазарев, Б. Е. Лезицкий (Краснодар)

Мы познакомим читателей с опытом организации и проведения летних и зимних физико-математических школ (ЛФМШ, ЗФМШ).

Отличительной чертой сезонных профильных школ является то, что они возникли и действуют в результате огромных усилий со сто-

роны энтузиастов. Отсюда новизна практикуемых в них педагогических приемов, программ, распорядка дня и форм учебной работы.

Основная масса учащихся летних школ являются победителями и призерами районных, городских и краевых олимпиад, приглашаются в летние школы учащиеся специализированных математических классов, ребята, активно работающие в ЮМШ и ВЗМШ, отличившиеся в «Турнире городов», который проводит журнал «Квант». Поэтому есть основания говорить о них как о контингенте школьников, проявляющих устойчивый интерес к математике и, безусловно, имеющих определенные математические способности.

Начиная с 1984 г. по инициативе и под руководством преподавателей математического и физического факультетов Кубанского государственного университета проведены 6 летних и 4 зимних физико-математических школ. Первые летние школы проходили в станице Тамань, знаменитой ныне не только своими виноградниками, но и музеем М. Ю. Лермонтова, прекрасным театром казачьего фольклора и богатыми находками археологических раскопок. Место уютное и спокойное, что имеет, как показывает наш опыт, немаловажное значение для успешной работы школы. Однако трудности с организацией быта и учебной работы привели к тому, что сначала зимние, а затем и летние школы стали проводиться в Сочи на базе школы-интерната № 2. Решение организационных вопросов значительно облегчились. Появилась возможность ездить на интереснейшие экскурсии (Сочинский дендрарий, Ново-Афонские пещеры, обезьяний заповедник в Сухуми и т. д.), но обилие соблазнов создавало другие трудности, преодоление которых требовало немалой изобретательности от администрации ЛФМШ, вожатых и преподавателей. Необходимо было создать оптимальное сочетание разумной требовательности и дисциплины с необходимой свободой, которая в любом случае молодому поколению кажется недостаточной. В ЛФМШ-89 прямым тайным голосованием на альтернативной основе был выбран совет школы, в состав которого вошли 3 преподавателя, 4 вожатых из числа студентов и 5 школьников. Советом был разработан проект конституции, обсуждение и доработка которого завершились незадолго до конца работы школы. Проект был в целом одобрен общешкольным собранием и будет использоваться в будущих зимних и летних школах (совет школы сохраняет свои полномочия в очередной зимней школе).

Конституция определила права и обязанности учащихся ЛФМШ, функции и полномочия совета школы, права педагогического коллектива и администрации. Ее появление

да и сам процесс доработки и подготовки сняли ряд педагогических проблем.

Кубанские школы стали традиционными, но содержание и формы работы меняются, поиск продолжается. Остается лишь то, что выдержало испытание временем. Если в первых школах основную часть учебного времени занимали математика и физика, то начиная с ЛФМШ-86 треть учебного времени в расписании занятий отводится на информатику.

Сначала в распоряжении преподавателей ЛФМШ были только программируемые микроКалькуляторы, затем несколько простейших персональных компьютеров. В ЛФМШ-88 занятия по информатике проводились в Сочинском УПК, оборудованном вычислительным комплексом «Ямаха», и, кроме того, несколько ПЭВМ, предоставленных Институтом проблем информатики АН СССР, были установлены в самой школе. В ЛФМШ-89 был создан дисплейный класс, полностью оборудованный КУВТ «Ямаха» и работавший ежедневно. Каждый учащийся проработал за персональным компьютером в среднем около 15 ч, а отдельные школьники — значительно больше.

Программы учебных занятий летних школ по математике и физике из года в год обновляются, но остается их главная нацеленность на укрепление и расширение знаний, полученных в школе, обучение специальным методам решения элементарных задач, привитие навыков самостоятельных исследований. Среди основных учебных курсов по математике, читавшихся в летних школах в разное время, — курсы «Приложения дифференциального и интегрального исчисления», «Комплексные числа и простейшие функции комплексного переменного», «Проективная геометрия», «Теория вероятностей» (для школьников X класса), «Теория чисел», «Алгебра многочленов», «Элементы математической логики и логические задачи» (для учащихся IX класса) и др. Чтение основных курсов сопровождалось практическими занятиями.

• Помимо основных учебных занятий, проходивших до обеда, школьникам предлагалось 15—20 спецкурсов по математике, физике и информатике, с рекламой которых преподаватели выступали на пресс-конференции после открытия школы. Два спецкурса, собравшие наибольшее число слушателей, получили статус факультативов и выносились за рамки учебного расписания. Посещение спецкурсов по выбору было обязательным (1 ч после ужина ежедневно, кроме субботы и воскресенья), а факультативов — свободным. Факультативами были также регулярно читаемые в наших летних школах лекции по астрономии с наблюдениями звездного неба и спецкурс «Язык ли музыка?» с прослушиванием уникальных запи-

сей классической музыки.

Одной из важных задач, решаемых в сезонных профильных школах, является создание атмосферы индивидуального и коллективного творчества. Этому способствует, на наш взгляд, система турниров и олимпиад, принятая в кубанских ЛФМШ.

Наиболее распространенной формой таких состязаний по математике и физике являются очные олимпиады, в которых школьники за определенное время самостоятельно решают предложенные им задачи. Успех на таких соревнованиях, как правило, свидетельствует о хорошей подготовке ученика по предмету, его умении действовать нешаблонно, отыскивать свой путь решения задачи. В то же время сравнительный неуспех в олимпиаде не позволяет сделать вывод о недостаточной, скажем, математической подготовленности учащегося и тем более о его математических способностях. Поэтому наряду с очными олимпиадами проводятся также заочные соревнования, в которых задания выдаются на длительное время, причем подобные задачи предполагают проведение небольших исследований и содержат возможности для обобщений и построения самостоятельных теорий.

Однако время ученых, способных в одиночку справиться с серьезными научными проблемами, уходит. Трудные задачи решаются сейчас целыми коллективами ученых. Поэтому особенно актуальным становится обучение школьников навыкам коллективного творчества. Этой цели служат так называемые очные коллективные олимпиады, в которых участники делятся на команды по 7—10 человек, разные команды не имеют возможности общаться между собой, и каждая команда представляет в жюри свое решение. В ходе коллективного обсуждения задач внутри команд менее подготовленные школьники не только быстро осваивают незнакомые им методы решения, но и имеют больше возможностей проявить свою изобретательность, чем при индивидуальном подходе к решению, так как зачастую для появления верной идеи оказывается достаточно выслушать несколько точек зрения на путь решения задачи. С другой стороны, коллективное обсуждение учит всех школьников более четкому и ясному изложению своих замыслов, умению отстаивать свой подход к решению задачи либо находить в нем ошибки.

Принципы отбора учащихся в летнюю физико-математическую школу позволяют еще до приезда школьников разделить их на три примерно равные по силам разновозрастные группы, называемые клубами. С первых дней работы школы учащиеся приступают к решению задач заочных олимпиад по математике и физике. По результатам заочной олимпиа-

ды и с учетом прежних заслуг каждый клуб делится на одинаковое число разновозрастных команд, которые упорядочиваются по силам, и соответствующие команды разных клубов соревнуются между собой во время второго тура очной коллективной олимпиады. В ЛФМШ-89 для проведения коллективной олимпиады клубы были разделены на команды «Алгебра», «Логика», «Геометрия», «Анализ», и одноименные команды разных клубов соревновались между собой в решении задач, большая часть которых относилась к соответствующему разделу математики.

Наконец, заключительным и самым торжественным этапом соревнований является математический (физический) бой между сборными командами клубов, который проходит по правилам, близким к правилам московских турниров юных физиков (система «докладчик—оппонент—рецензент»), с обязательным применением компьютеров, активным участием болельщиков, приносящих очки своим командам, использованием традиционных для КВН элементов в домашних заданиях и форме проведения боя. Основные задачи для этого соревнования жюри выбирает из числа наиболее трудных, предлагавшихся на предыдущих турах, и сообщает их соревнующимся командам за некоторое время до начала боя. В домашнее задание входит задача по программированию, которая разыгрывается по турнирным правилам наряду с другими задачами. Среди задач, предлагаемых во время боя командам и болельщикам, «выездное» задание по программированию (на час-полтора работы), разнообразные задачи-шутки и игровые соревнования на персональных компьютерах. Члены команды-победительницы, а также победители заочных олимпиад получают приглашения в очередную зимнюю физико-математическую школу.

С первых летних школ перед преподавателями стоял вопрос об организации такой обратной связи с учащимися, которая позволила бы выяснить степень восприятия каждым школьником изучаемого материала. В связи с этим в ЛФМШ-89 было решено ввести зачеты по основным курсам (математика, физика, информатика) и спецкурсам. Причем удостоверение об окончании ЛФМШ выдавалось лишь в том случае, если школьник сдавал зачеты по всем основным курсам и трем спецкурсам по выбору. В итоге если в первых летних школах удостоверения об окончании ЛФМШ выдавались практически всем учащимся, то в ЛФМШ-89 около 15 % школьников таких удостоверений не получили. Зачеты были дифференцированные, причем около половины школьников получили на зачетах только отличные и хорошие оценки. Любопытно

заметить, что эти цифры (50 и 15 %) практически совпадают с оценками, данными коллективу учащихся ЛФМШ психологами на основе тестирования для определения интеллектуальных возможностей школьников. Оказалось, что около половины слушателей имеют интеллектуальный потенциал выше среднего уровня, а процентов 10—15 — ниже среднего уровня. Хотя индивидуальное сравнение результатов тестирования и результатов учебы далеко не всегда давало такое сходство.

Лето — пора школьных каникул, поэтому весьма существенно организовать досуг школьников так, чтобы усталость не накапливалась и учащиеся возвращались домой здоровыми и бодрыми. Ежедневная утренняя зарядка на берегу моря и морские купания, экскурсионные поездки и спортивные состязания, дискотеки и вечера отдыха позволяли в достаточной мере восстанавливать силы. Как показывает опыт работы, принятая в кубанских школах учебная нагрузка вполне по силам учащимся VIII—X классов.

Самой трудной проблемой, с которой пришлось столкнуться организаторам летних профильных школ, является проблема их материального обеспечения. Если сравнивать первую кубанскую летнюю школу, организованную как загородный пионерский лагерь с питанием из расчета 1 руб. 23 коп. в сутки, в которой все преподаватели работали во время собственного отпуска и бесплатно, причем все канцелярские товары приобретались энтузиастами за свой счет, с ЛФМШ-89, то можно сказать, что шаг вперед сделан. Летняя школа функционировала как профильный оздоровительный лагерь старшеклассников с питанием из расчета 1 руб. 63 коп., к которым Краснодарское отделение Детского фонда добавило 1 р. на каждого школьника и вожатого. Кроме того, Детским фондом были выделены средства на экскурсионную поездку в Новый Афон (вместе это составило 5 тыс. руб.). Координационный совет Краснодарского центра НТМ при крайкоме ВЛКСМ выделил 4 тыс. руб. на работу с одаренными детьми, основная часть которых пошла на приобретение призов, спортивного инвентаря, канцелярских товаров и учебного оборудования. В результате каждый выпускник летней школы получил подписку на журнал «Квант» вместе с подборкой книг из «Библиотечки „Квант“». Призеры олимпиад и конкурсов, ребята, отличившиеся в общественной жизни школы, были награждены популярными книгами по математике и физике, подписками на научно-популярные и художественные журналы. Краевым отделом народного образования были выделены средства для оплаты работы преподавателей.

По сложившейся традиции преподавателями в ЛФМШ работают высококвалифицированные преподаватели и научные сотрудники Кубанского и Московского университетов (в ЛФМШ-88 было 4 доктора и 15 кандидатов наук), приглашаются специалисты из Киева, Казани, Новосибирска, Томска, имеющие большой опыт работы с одаренными детьми. Среди преподавателей ЛФМШ нет людей, работа которых в летней школе ограничивалась бы чтением лекций. Школьники имеют возможность общаться с преподавателями во время отдыха, спортивных состязаний и общешкольных мероприятий, в подготовке которых взрослые участвуют наравне с ребятами.

В 1988 г. электронную технику обслуживала группа московских школьников, занимавшихся в кружках Института проблем информатики АН СССР, в ЛФМШ-89 — студенты Кубанского университета, выпускники первых летних школ. Ребята не только помогали преподавателям в проведении занятий по информатике, но и активно участвовали в общественной жизни школы, чем заслужили особые симпатии школьников.

Важной представляется проблема установления контактов между летними профильными школами в нашей стране и зарубежными школами. В кубанских школах за последние годы побывали учащиеся из различных городов СССР: Волгограда, Казани, Киева, Москвы, Томска. В ЛФМШ-88, наряду с приглашенными школьниками из ряда городов страны, были участники из Великобритании, которые также с большим интересом включились в необычный учебный процесс. Целесообразно в будущем расширять связи ЛФМШ с подобными школами в других странах и производить обмен школьниками.

Выход ЛФМШ на международный уровень ставит ряд новых проблем: языкового барьера, бытовых условий, культуры общения. И это поняли как организаторы ЛФМШ, так и учащиеся, которые разъезжались с намерением усердно заниматься любимым предметом и изучать английский язык. Перевод ЛФМШ на более высокий уровень, когда, например, наряду со способными кубанскими школьниками в нее могут приглашаться победители и призеры олимпиад со всего Союза и зарубежные учащиеся из физико-математических школ, потребует от оргкомитета поиска более совершенных форм работы. Ясно одно — необходимо предоставить талантливым ребятам возможность общения с учеными и друг с другом. И ЛФМШ — одна из таких прекрасных возможностей.

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ СТРАНИЦА

Числовые курьезы

Интересен такой вопрос: существуют ли натуральные числа, которые при уменьшении каждой цифры на 1 уменьшаются в целое число раз?

Естественно потребовать, чтобы данное число не содержало нулей (т. е. чтобы цифры можно было уменьшать на 1). Тогда, разумеется, в полученном числе не будет цифры 9.

В символическом виде задача выглядит следующим образом: требуется решить уравнение вида

$$\frac{\overline{a_n \dots a_1}}{(a_n - 1) \dots (a_1 - 1)} = k,$$

где k — натуральное число, $1 \leq a_i \leq 9$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

Числитель легко преобразуется к виду

$$\overline{a_n \dots a_1} = k \cdot \frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{k-1},$$

откуда следует, что

$$\frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{(a_n - 1) \dots (a_1 - 1)} = \frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{k-1}.$$

Задача, таким образом, свелась к нахождению таких натуральных k , при которых число $\frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{k-1}$ является натуральным, не содержащим цифры 9.

Так как число $\overbrace{1 \dots 1}^n$ нечетное, то его делители — только нечетные числа, а следовательно, задача не имеет решений при нечетных k .

Итак, k может быть только четным. Среди четных чисел k нас не устраивают прежде всего такие, при которых $(k-1)$ кратно 5 (так как $\overbrace{1 \dots 1}^n$ не делится на 5). Такими являются $k=6, 16, 26, \dots$, т. е. $k \neq 10l+6$ ($l=0, 1, 2, \dots$). Не являются решениями и такие $(k-1)$, которые делятся на 10, в противном случае $a_1=0$, что невозможно, т. е. $k \neq 10m+1$ ($m=1, 2, \dots$). Кроме того, при некоторых k число $\frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{k-1}$ может содержать цифру 9, что невозможно по условию задачи. Так произойдет, например, при $k=18, 22, 24, 28, 32, 44, 48, 52, 54, 58, 62, 64, 68, 72, 82, 84, 88, 94, 98, \dots$.

Однако оговоримся сразу: решение конечно же удобнее искать не перебором по k , а путем разложения на множители числа $\overbrace{1 \dots 1}^n$, хотя эта задача сложная и в общем случае, видимо, трудно разрешимая.

Учитывая, что $11=1 \cdot 11$, предположим, что: а) $k=2$, б) $k=12$. В случае а

$$\frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{(a_n - 1) \dots (a_1 - 1)} = \frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{2 \cdot \overbrace{1 \dots 1}^{n-1}} = \frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{2 \cdot 1 \dots 1}$$

и мы получаем первое решение: $\frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{11 \cdot 1 \dots 1} = 2$ — единственное, если предположить, что числа, получаемые из делимого уменьшением цифр на 1, не начинаются с нуля. В случае б

$$\frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{(a_n - 1) \dots (a_1 - 1)} = \frac{n}{11} = \frac{\overbrace{1 \dots 1}^n}{101 \dots 01}$$

Если n четное, имеем:

$$\frac{\overbrace{1212 \dots 12}^n}{101 \dots 01} = 12.$$