Турнир юных физиков ’2003

Задача №3 «Прозрачка»

Илья Марченко,
физический факультет СПбГУ
ilyamartch@mail.ru

Март 2003 г.

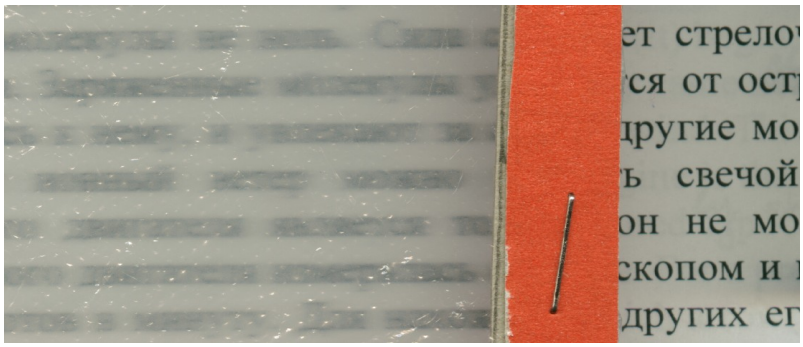
Условие задачи: «Если печатный текст накрыть прозрачной полиэтиленовой плёнкой, то его можно без труда прочесть. При удалении плёнки от текста буквы становятся нечёткими, и на некотором отдалении текст прочесть не удаётся. Изучите свойства плёнки. Какими свойствами плёнки объясняется наблюдаемый феномен?»

Работа представлялась 3 марта 2003 г. в Санкт-Петербурге на дружеской встрече с бывшей сборной командой Республики Беларусь (15th IYPT, Одесса).

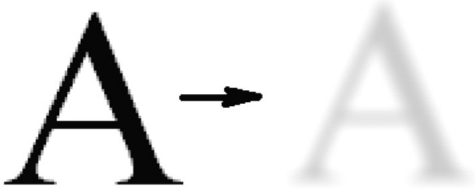
§1. Первые наблюдения

1.1. На снимках, полученных с помощью планшетного сканера, особенно хорошо видно, *как* искажается текст, когда мы смотрим на него через плёнку:

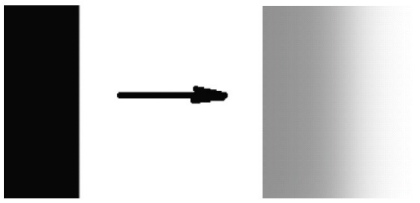
Предложенный снимок представляет собой увеличенный фрагмент изображения на *стр. 2.* Расстояние от плёнки до текста составляло ок. *1,5 см.*



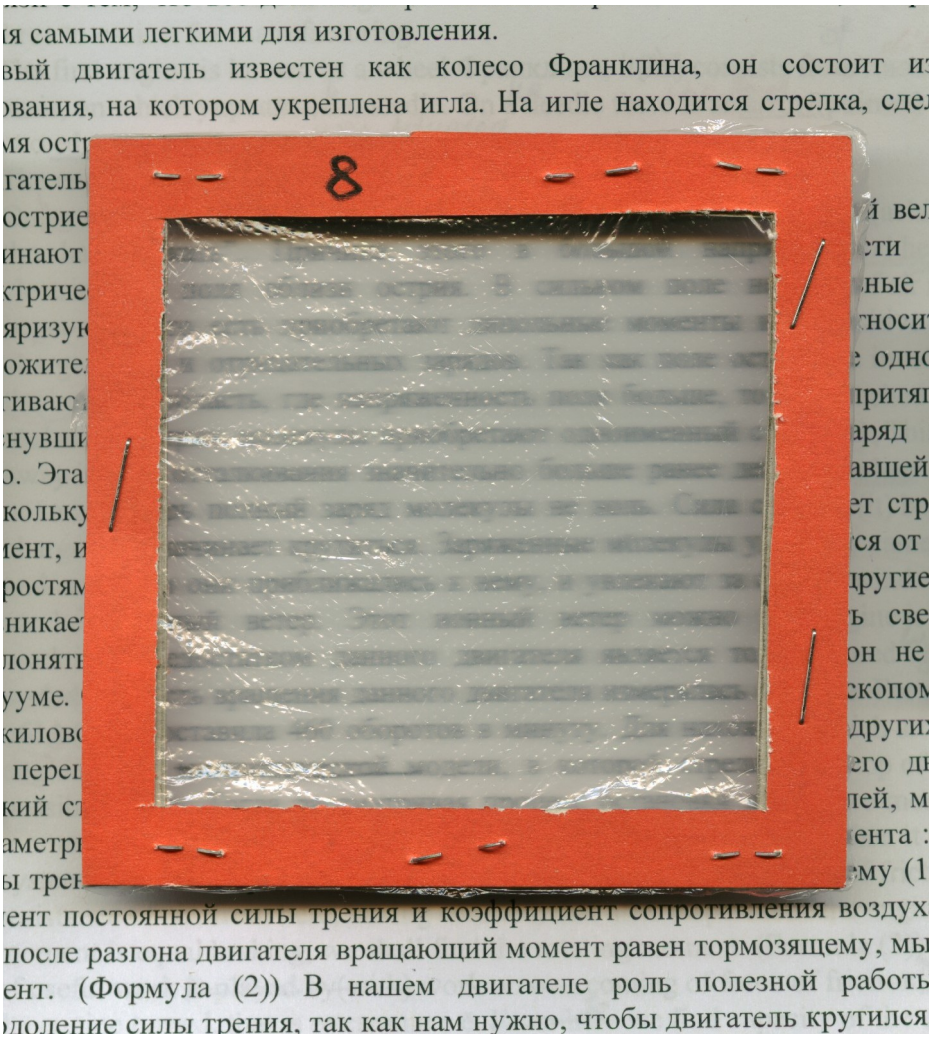
1.2. Эксперимент показывает, что наблюдаемое изображение размытого текста можно *качественно* описать следующим образом:



1) Значительно падает яркость и контрастность изображения.



2) Нельзя говорить о чёткой границе между чёрной и белой областями. Имеет место переход, где плотность серого цвета постепенно меняется по мере отдаления от контура буквы.



Расстояние от плёнки до текста ок. *1,5 см*.
Образец плёнки *#8*.

Масштаб *1:1*.

1.3. Также, важным экспериментальным наблюдением является следующее:

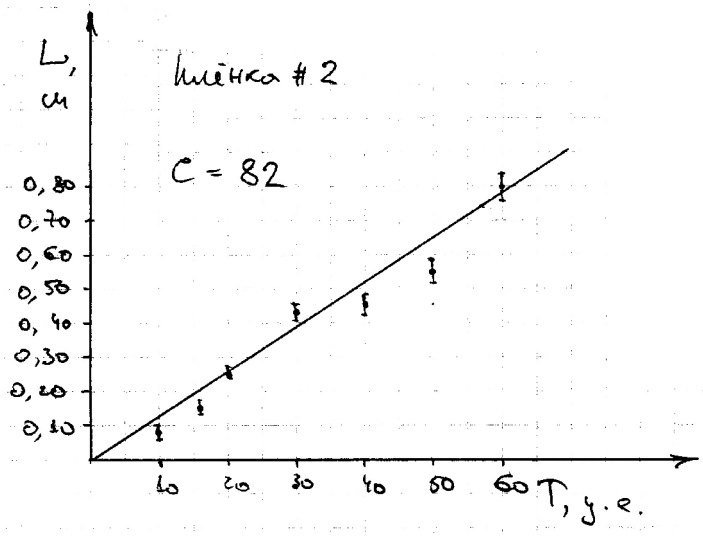
Степень размытости изображения увеличивается при удалении плёнки от текста, но практически не зависит от расстояния между плёнкой и глазом наблюдателя.

1.4. Итак, плотность (насыщенность) серого цвета плавно уменьшается вдоль координаты, перпендикулярной контуру буквы. В дальнейшем нас будет интересовать, как можно математически описать эту зависимость.

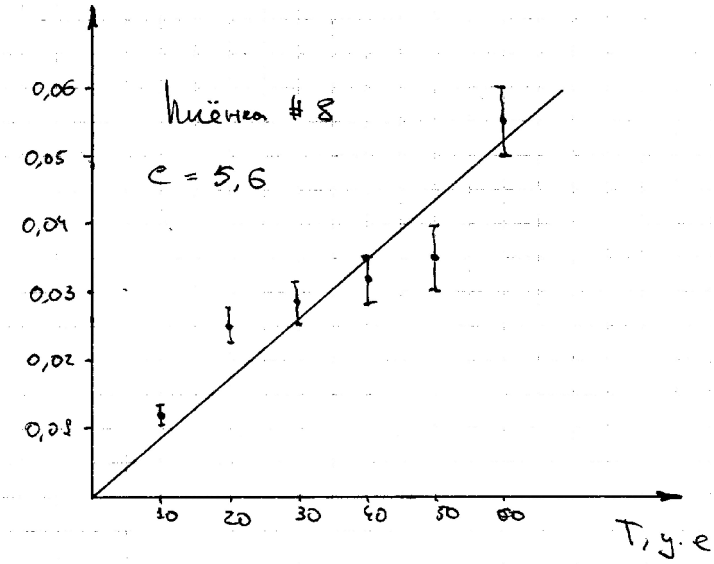
§2. Количественное описание степени размытия

2.1. Будем располагать позади плёнки образцы текста с разным размером (тиглем) букв и постепенно приближать плёнку к тесту. При определенном расстоянии между плёнкой и тестом, — назовем его *максимальным расстоянием читаемости*, текст окажется размыт настолько слабо, что его можно будет прочесть. В зависимости от размера букв, максимальное расстояние читаемости будет различным. Чем больше тигель, тем при большем расстоянии между плёнкой и текстом текст удаётся прочесть.

2.2. Эксперименты, проведенные на более чем десяти образцах плёнок, показывают, что *максимальное расстояние читаемости текста (при всех прочих равных условиях) линейно зависит от размера букв и не зависит от расстояния от глаза до плёнки.*



Образец плёнки *#2*. Шрифт Times New Roman.



Образец плёнки *#8*. Шрифт Times New Roman.

2.3. *Для того, чтобы количественно описать, насколько сильно плёнка размывает изображение*, мы вводим безразмерную величину — *коэффициент читаемости*, — который мы определяем как тангенс угла наклона линейного графика зависимости максимального расстояния читаемости от высоты строчных букв:

$$C = tg\ (\alpha) = \frac{L}{d}.$$

Чем больше C, тем с большего расстояния удается прочесть текст. Коэффициент читаемости определяется через сугубо субъективный критерий — через способность человека прочесть текст. Поэтому, применять его нужно осторожно. Например, если угловой размер букв очень мал (текст очень далеко удален от глаз), то мы не сможем прочесть текст в независимости от того, сильно или слабо он размыт.

При малых C при отдалении плёнки от текста, изображение размывается мгновенно, и мы увидим лишь серый однотонный фон; при больших C текст размывается постепенно.

Если мы знаем C, мы сможем указать, с какого расстояния удастся прочесть тот или иной тигель букв, *т.е.* ответить на вопрос задачи.

2.4. Когда мы печатали образцы теста, мы варьировали высоту букв, меняя тигель текста в *MS Word*'е. Поскольку нам не было очевидно, что реальная высота букв (для определенности: *строчных*) линейно зависит от тигля, нам пришлось проверить это экспериментально (см. также п. **8.3**). Измерения показали, что для определенной гарнитуры (шрифта), действительно сохраняется линейная зависимость. Таким образом, мы могли легко производить перерасчет C, зная установленный тигель и гарнитуру.

2.5. Например, если у нас есть две плёнки с коэффициентами читаемости C_1 и C_2, то, удалив их от одинаковых образцов текста на расстояния a_1 и a_2, так что:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{C_1}{C_2},$$

мы увидим тождественные размытые образы (более точно: они будут *геометрически подобны*, т.к. следует учесть перспективу (уменьшение телесного угла)).

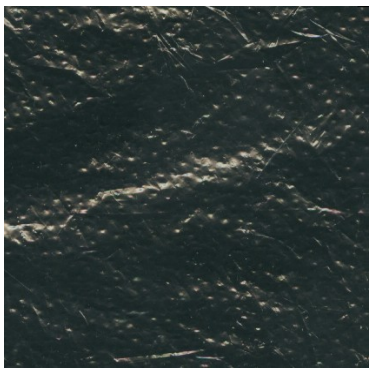
Если у нас есть образцы текста с высотами букв d_1 и d_2 и плёнки с коэффициентами читаемости C_1 и C_2, то чтобы добиться одинаковой степени размытия (геометрически подобных образов), следует взять:

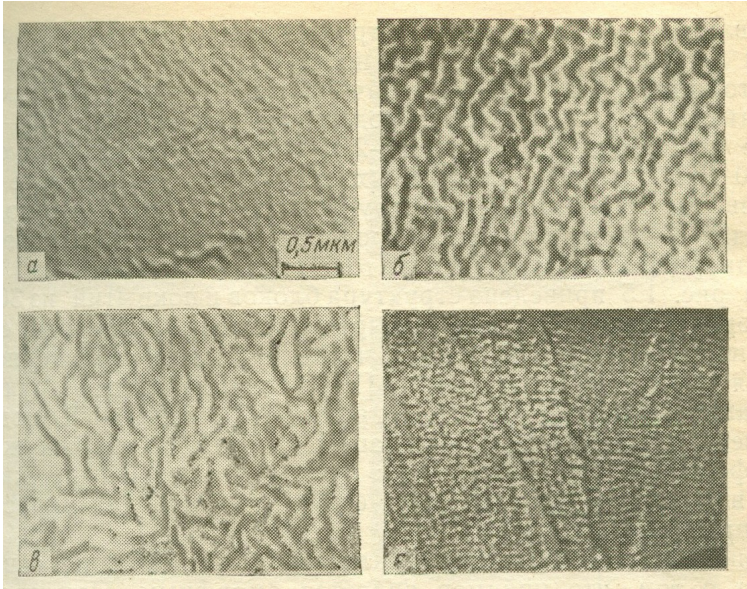
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{C_1 \cdot d_1}{C_2 \cdot d_2}.$$

Таковы примеры элементарных расчетов с использованием коэффициентов C.

§3. Причины рассеяния

3.1. Известно, что полимерные массы состоят частично из аморфного вещества, а частично из кристаллического, причем отношение аморфной массы к общей может составлять от *30%* до *50%*. Естественно, что у веществ в разных агрегатных состояниях будут различными коэффициенты преломления и, следовательно, свет, проходящий через такую негомогенную среду, будет рассеиваться. Фото внутренней структуры различных полиэтиленовых плёнок из книги *«Технология пластических масс», М., 1985* приводятся ниже:





↑ Внутренняя структура полиэтиленовой плёнки

← Макроскопические рифлёности и помятости плёнки

На микроскопическом уровне полимерная плёнка имеет рельефную поверхность. Шероховатости имеют порядок 10^{-6} *м* и связаны, вероятно, с производственными дефектами — неровностями, связанными с протягиванием плёнки, либо с затвердеванием полимера.

Кроме того, существуют макроскопические изломы плёнки («помятость» или рифлёность, порядка *1 мм*), хорошо видные на фотографиях (см. *фото* выше).

3.2. Итак, мы допускаем три причины размытия изображения, а именно:

1) Флуктуации коэффициентов преломления внутри плёнки (рассеяние на коллоидных частицах);

2) Шероховатость поверхности плёнки (порядка 10^{-6} *м*);

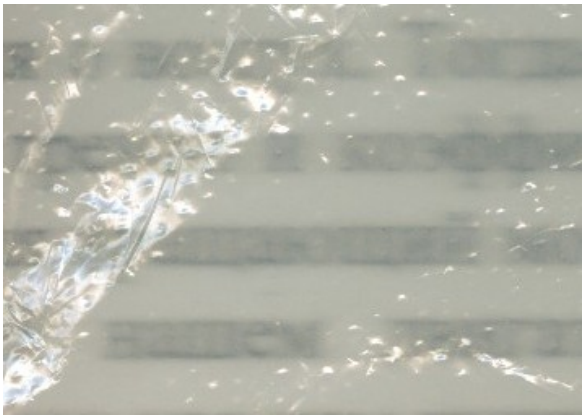
3) Макроскопические изломы плёнки (порядка *1 мм*).

Нам необходимо определить, какая именно из этих трех причин является доминирующей.

3.3. Последнюю, третью, причину мы сразу отбрасываем, т.к.:

а) натягивание плёнки не влияет на коэффициент читаемости, *т.е.* на степень рассеяния;

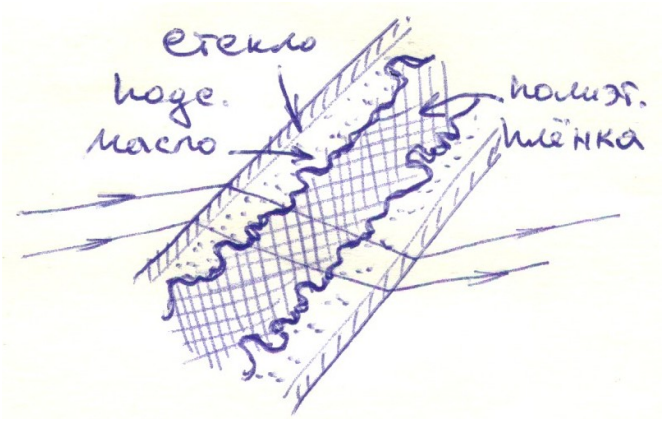
б) на фотографиях хорошо видно, что характерный размер излома соизмерим или даже превышает размер нескольких букв, следовательно, он существенно больше характерного размера нечёткости (см. *фото*): →



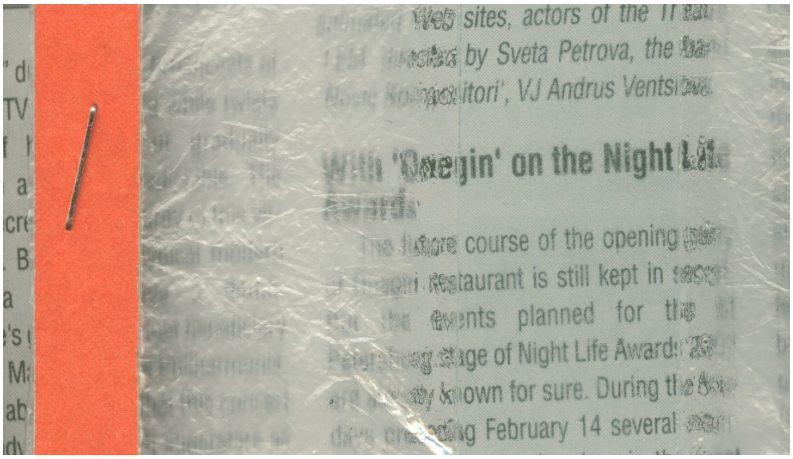
3.4. Для того чтобы понять, какая из двух оставшихся причин более существенна, мы провели следующий эксперимент.

Мы брали два покровных стекла, покрывали их с обеих сторон тонким слоем подсолнечного масла, а затем вплотную прижимали к плёнке (см. *рис.*) За счет сильной адгезии, стёкла крепко держались, и нам не нужно было их дополнительно фиксировать.

Идея эксперимента заключалась в том, что показатель преломления масла *1,48* мало отличается от показателя преломления полиэтилена *1,50*. Как следствие, слоем масла мы «выравниваем» поверхность полимерной плёнки и минимизируем то рассеяние, которое происходит за счёт шероховатости. Лучи света, проходя через два слоя иммерсионной жидкости (масла), и через саму плёнку, не рассеиваются на границе раздела фаз.



↑ Схема эксперимента со «сглаживанием» поверхности плёнки иммерсионной жидкостью



Текст виден сквозь «выровненную» маслом плёнку гораздо чётче

Если бы доминирующей причиной рассеяния были бы внутренние неоднородности, то в ходе эксперимента с маслом значительного изменения картины размытия и коэффициента читаемости мы бы не заметили.

*Опыт показывает, что «сглаживание» плёнки маслом приводит к увеличению коэффициента читаемости более, чем на два порядка (*см. *фото):*

$$C_{изнач}=5,8\pm0.1,$$

$$C_{с\ маслом}=140\pm5.$$

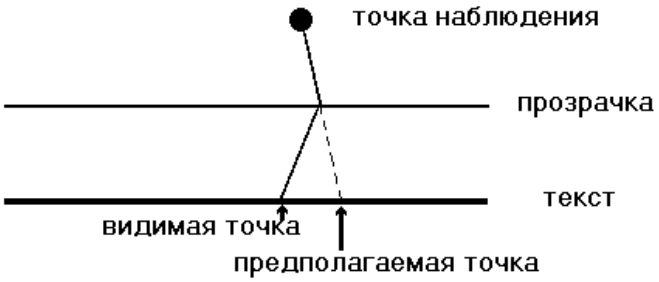
Вывод: внутреннее рассеяние играет в этом явлении пренебрежимо малую роль. *Именно шероховатость поверхности полимерной плёнки объясняет происходящее рассеяние.*

3.5. Для того, чтобы подтвердить корректность нашего эксперимента, мы измерили при помощи лабораторного рефрактометра ИРФ-22 коэффициент преломления подсолнечного масла. Полученная величина и соответствующие литературные данные приводятся в следующей таблице:

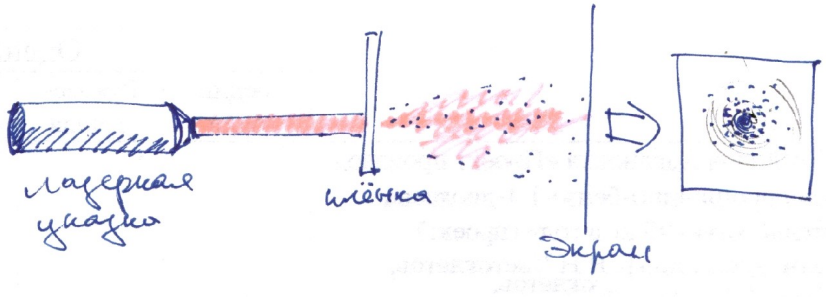
	Подсолнечное масло, *справ.*	Подсолнечное масло, *измер.*	Полиэтилен, *справ.*
n, коэффициент преломления	*1,474—1.476*	*1,478±0.001*	*1,50±0,01*

§4. Физическая модель

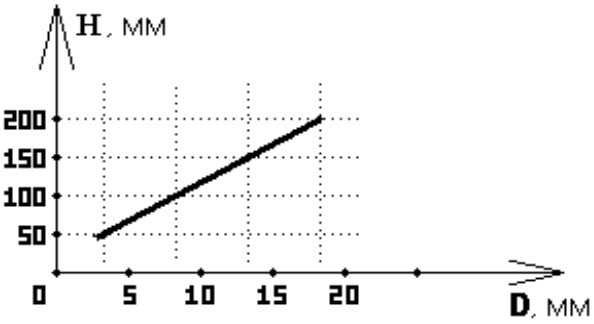
4.1. Причиной того, что изображение теряет свои контуры, является *случайное преломление каждого элементарного луча*, идущего от объекта к глазу (объективу, матрице). Из схемы видно, почему *вплотную прижатая к листу плёнка не производит никакого влияния, т.е. не размывает изображения*:



4.2. Мы поставили следующий эксперимент. Задымили тёмную комнату, взяли лазерную указку и стали просвечивать образцы плёнки:



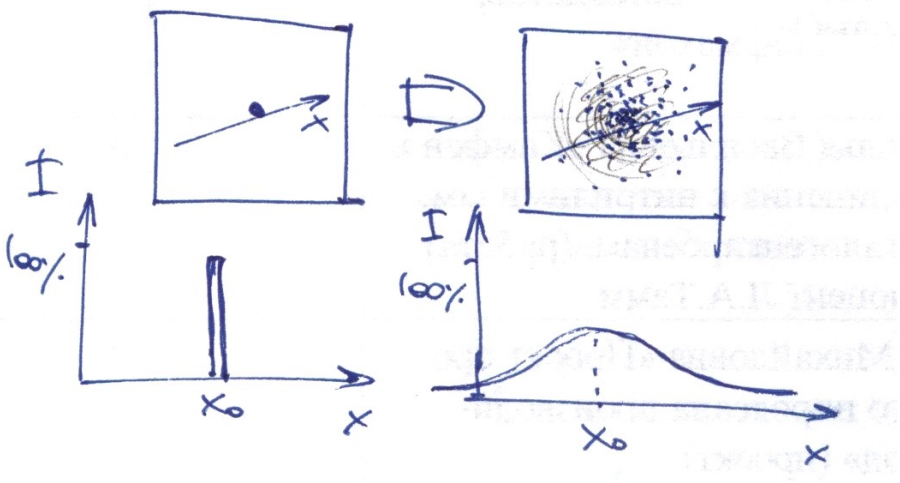
В том месте, где луч проходил через полимер, наблюдалось яркое пятно, а за ним луч превращался в расходящийся *размытый конус* с видимым углом при основании в *5—10*º.



Зависимость видимого радиуса сечения светового конуса лазерной указки от расстояния между плёнкой и экраном.

Факт существования такого светового конуса объясняет причину увеличения степени размытия текста при отдалении от него плёнки (т.к., нестрого говоря, — увеличивается площадь сечения конуса).

На самом деле световой поток тонкого луча света рассредоточивается по определенной области пространства, причем его интенсивность оказывается различной в зависимости от угла между выбранным направлением и нормалью к плёнке:



4.3. Пусть у нас есть тонкий световой пучок площади сечения S и постоянной интенсивности I_0. Переносимый им световой поток равен:

$$W=I_0 \cdot S$$

После его прохождения через плёнку в сечении светового конуса мы будем видеть размытое симметричное пятно. Сделаем следующее допущение. Пусть интенсивность света внутри конуса зависит от направляющего угла по гауссовой функции ошибок. Угол раствора конуса мал, а поэтому можно считать, что распределение интенсивностей в плоскости сечения (на экране) также описывается гауссовой функцией ошибок.

Проведем в плоскости экрана ось x, проходящую через центр симметрии пятна так, чтобы точка $x=0$ совпадала с центром симметрии. Рассчитаем, как максимальная интенсивность размытого пятна I_1 будет связана с первоначальной интенсивностью I_0.

Общий поток размытого пятна будет равен:

$$W=\int_0^{\infty} \frac{I_1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-x^2}{2\sigma}} \cdot 2\pi x dx = \sigma \sqrt{2\pi} \cdot I_1,$$

где σ — характерный размер пятна (дисперсия гауссовой кривой).

Отсюда видно, что максимальные интенсивности пятен будут относиться, как:

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{S}{\sigma \sqrt{2\pi}}.$$

4.4. Сформулируем правило, по которому мы сможем «размыть» изображение, *т.е.* построить тот образ, который мы бы увидели, посмотрев на него через плёнку.

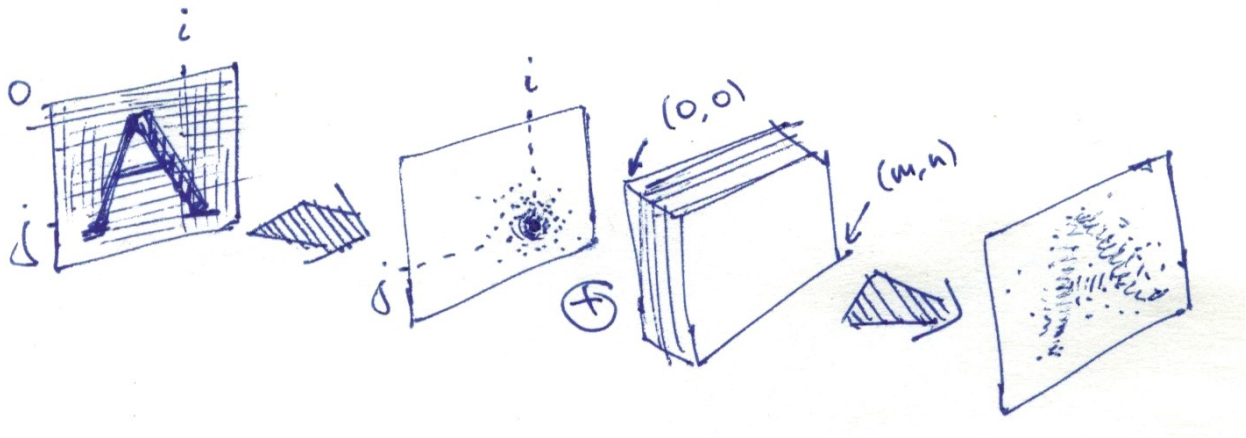
Разобьем исходное изображение на $m \times n$ квадратных частей (*пикселей*), достаточно маленьких для того, чтобы плотность серого цвета на каждой из них можно было считать постоянной.

Рассмотрим пиксель с координатами (*i,j*) и сопоставим ему изображение того же размера, что и исходное, но в котором все пиксели, кроме (*i,j*) будут белыми, а сам (*i,j*) будет иметь ту же плотность серого цвета, что и прежде.

Размоем теперь это изображение, *т.е.* заменим пиксель (*i,j*) гауссовым пятном («облачком»), способ построения которого разобран в п. **4.3**.

Нам остается перебрать все пиксели исходного изображения и проделать с ними точно такую же процедуру.

Сложив все *m*×*n* получившихся изображений, *т.е.* просуммировав плотности серого цвета соответствующих пикселей, мы и получим искомый образ.



§5. Компьютерная модель

5.1. На языке *Pascal* мы написали программу, которая симулировала размытие текста. В её основе лежал достаточно простой алгоритм, который заключался в следующем: каждый пиксель исходного чёрно-белого графического файла рассматривался как квадратная площадка, которая испускает свет. Вся плоскость исходного изображения формально разбивалась на квадраты, имеющие определённую плотность (*256 градаций*) серого цвета.

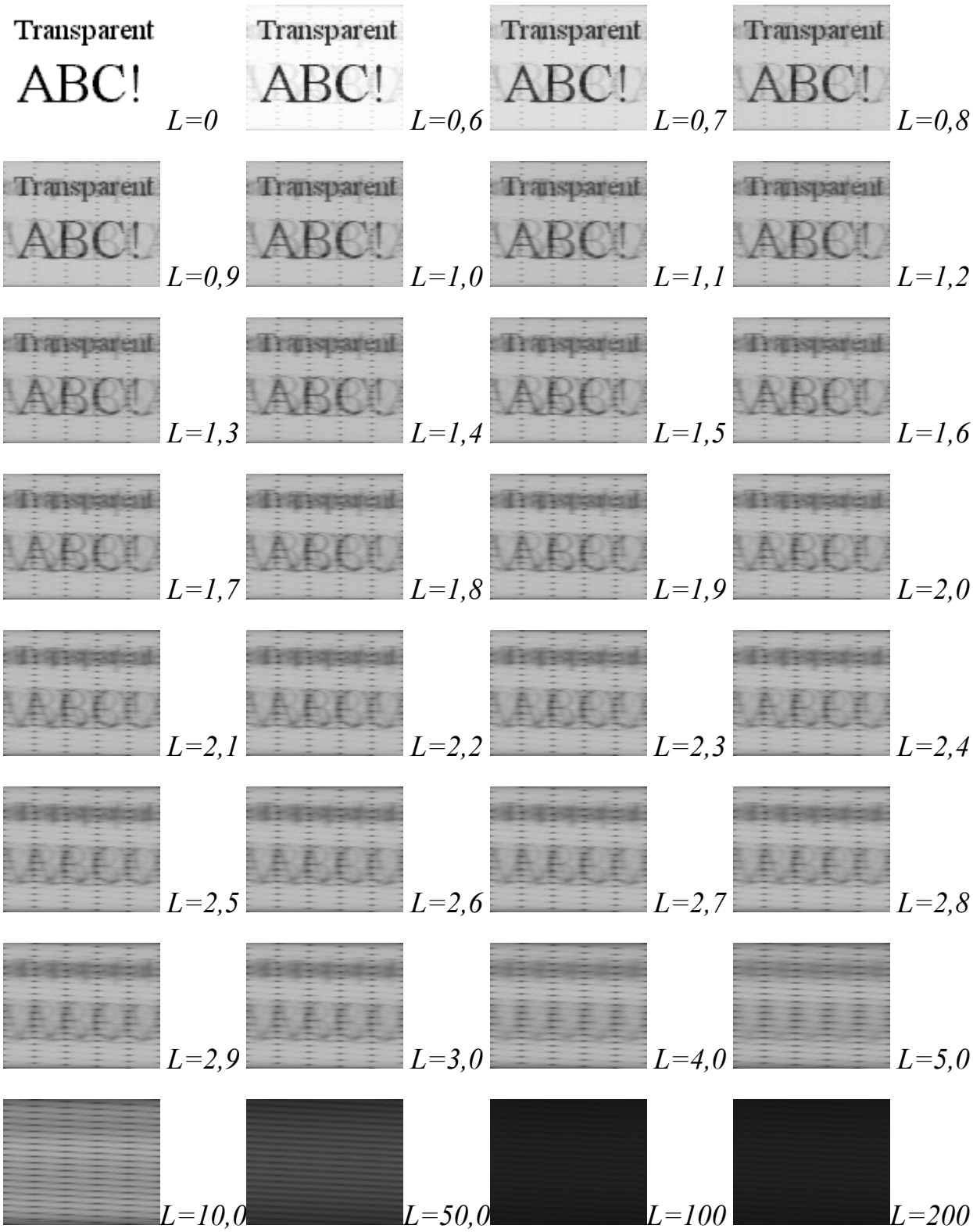
Создаваемый программой новый файл имел тот же размер, а его пиксели рассматривались как площадки, на которые свет падал. Алгоритмически перебирались все пиксели исходной картинки, и для каждого из них рассчитывалось, какой вклад он вносит в каждый из пикселей нового изображения.

Дополнительно, учитывалось обратно квадратичное падение освещённости изображения при «удалении» от исходной картинки и угол между нормалью к картинке и прямой, соединяющей два просчитываемых пикселя. Благодаря этому, изображение не только размывалось, но и теряло контрастность и яркость (см. п. **1.2.**)

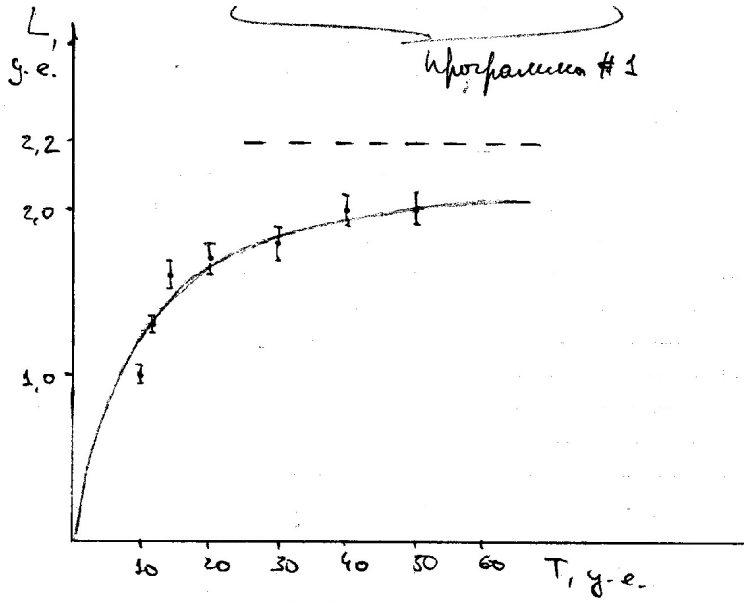
Программа открывала **.bmp*-файл и создавала в указанной папке новый файл того же размера.

5.2. Первая неотлаженная версия программы страдала серьёзными артефактами, связанными с конверсией первоначального графического файла: полосами, двоением, троением и т.д. необходимого изображения.

Ниже приводятся образцы текста, размытого с помощью этой первой версии программы. *L* — моделируемое расстояние от плёнки до текста в условных единицах.



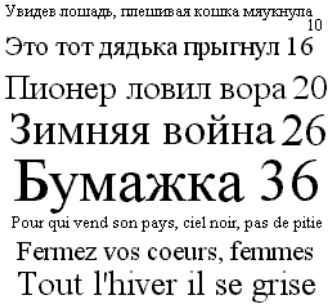
На основе полученных образцов размытого текста, был построен следующий график читаемости:



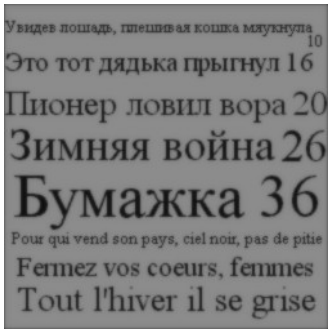
Примечательно, что неудовлетворительность работы программы (видную и невооруженным глазом), удалось охарактеризовать *количественно* — нелинейностью графика читаемости, *т.е.* решительным несоответствием эксперименту. Данные программы совпадают с экспериментом только на ограниченном участке.

5.3. Оптимизированная вторая версия программы была написана после пересмотра всех плюсов и минусов алгоритма первой программы. С её текстом можно познакомиться в Приложении. Образцы текста, размытого с помощью этой программы приводятся ниже:

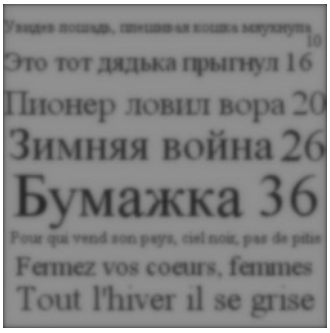
L=0



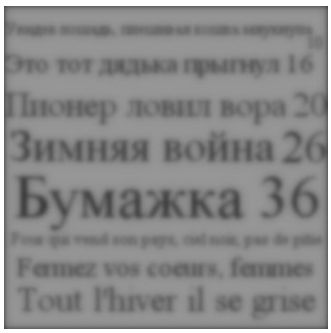
L=1,0



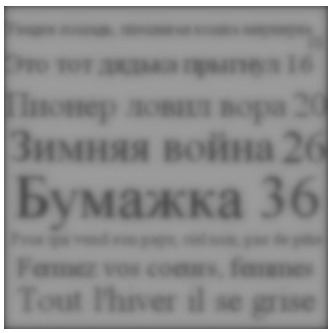
L=2,0



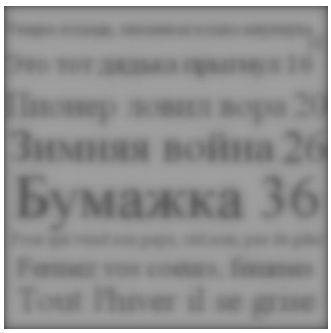
L=3,0



L=4,0



L=5,0



5.4. Отметим особенности работы отлаженной версии программы:

+ Ровное и гладкое изображение без артефактов;

+ Изображения согласуются с экспериментальным фактом линейности *L(T)*;

+ Возможность выбора детализации рассчитываемого изображения, *т.е.* того количества пикселей изначальной картинки, которые будут вносить вклад в данный пиксель;

+ поддержка файлов до *256×256* пикселей;

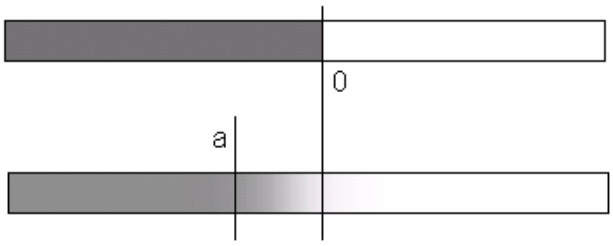
+ Возможность рассчитать масштаб и получить **точную имитацию картинки, полученной на эксперименте** (!) Возможности получения изображений, идентичных тем, которые сложно получить на эксперименте, — например, если характерные расстояния (*d, L*) очень малы или велики!

§6. Размытие границы черной и белой полуплоскостей: аналитическое решение

6.1. Численное моделирование изображения размытого текста выполняет написанная нами компьютерная программа. В общем случае, аналитическое решение задачи о распределении интенсивностей при рассеянии заданной картинки чрезвычайно сложно.

Решим аналитически самый простой случай: размытие прямолинейной границы между черной и белой полуплоскостями.

6.2. Проведем перпендикулярно этой границе ось *x*, так чтобы граница проходила через точку *x=0*, — чёрная полуплоскость оставалась слева, а белая — справа (см. *рис.*) Пусть черной области соответствует окраска *I=1*, а белой — *I=0*. Градации серого будут принимать, соответственно, промежуточные значения. Наше изображение описывается функцией:



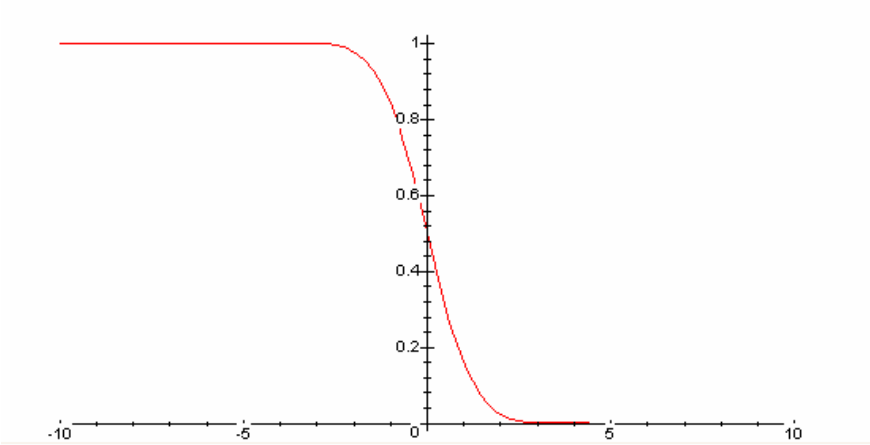
$$I(x)=\begin{cases} 1, x < 0 \\ 0, x > 0 \end{cases}$$

Будем рассматривать плотность серого цвета в точке *a*. Будем считать, что каждая элементарная точка на оси *x* вносит гауссов вклад в суммарную картину размытия. Тогда интенсивность серого цвета в точке *a* будет равна:

$$I(a)=I_0\cdot\int_{-\infty}^{0} e^{-\frac{(x-a)^2}{2}}\,dx=I_0\cdot\left(\frac{1}{2}-F(a)\right),$$

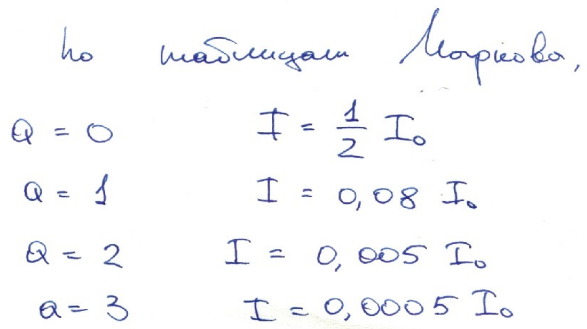
где *F(a)* — это функция Гаусса.

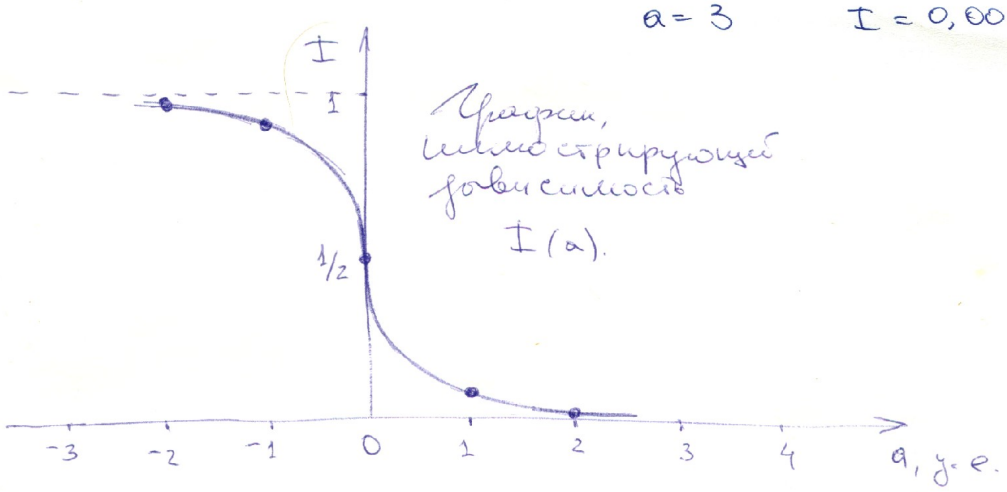
6.3. Полученный интеграл не берется в элементарных функциях. Его значения в разных точках можно найти по таблицам или численно на компьютере. Ниже представлен график зависимости *I(a)*, полученный с помощью пакета *Maple:*



← Зависимость *I(a)*, построенная с использованием *Maple*.

Тот же самый график был для сравнения построен по данным таблиц Маркова (*1924 г.*), в которых приводились значения для всего лишь нескольких точек:



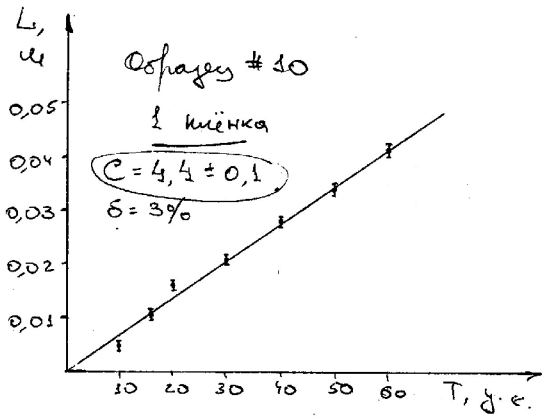


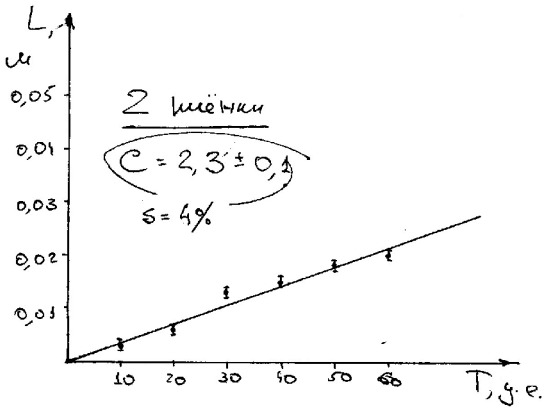
6.4. Подведем некоторый итог. Если степень размытия чёрно-белой буквы невелика (это значит, что вкладом удаленных частей буквы в размытие можно пренебречь), то зависимость, которой подчиняется плотность цвета вблизи контура буквы, будет в точности такой, как разобрано выше.

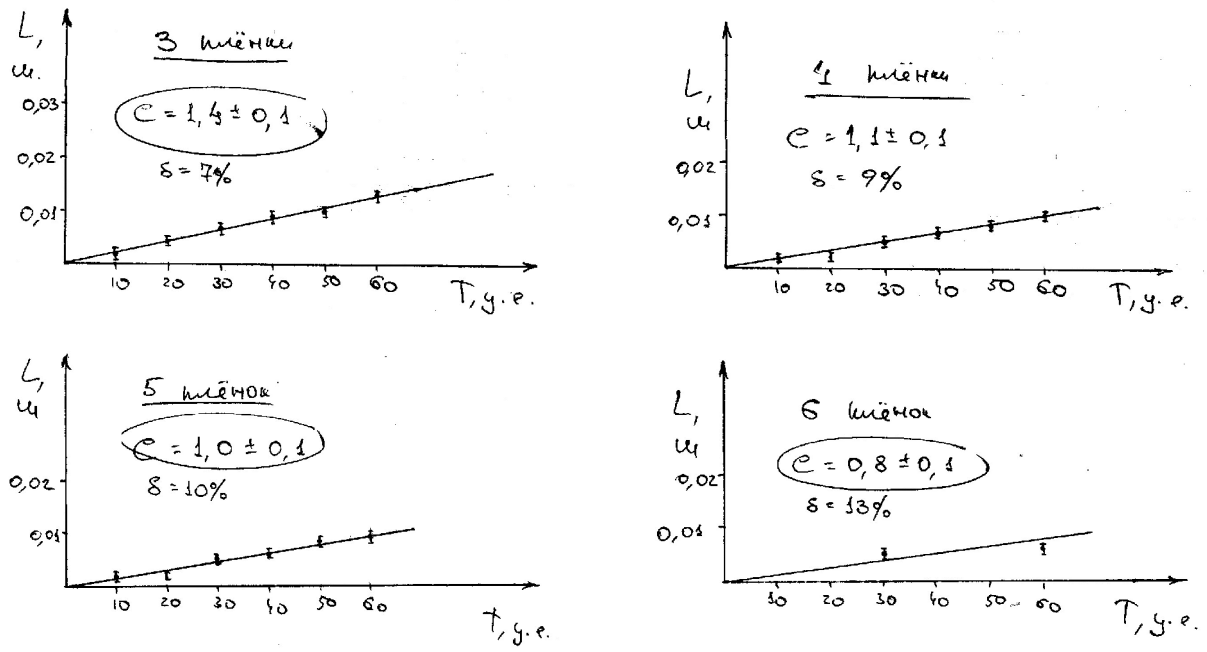
§7. Несколько плёнок

7.1. Экспериментально было исследовано, как меняется коэффициент читаемости, если смотреть на текст не через одну, а *сразу через несколько одинаковых плёнок*. Мы считаем при этом, что плёнки находятся достаточно близко друг от друга и толщиной пачки можно пренебречь по сравнению с расстоянием от пачки до текста.

7.2. Экспериментальные графики читаемости для *образца плёнки #10* с рассчитанными коэффициентами *C* и относительным погрешностями *δ* приведены ниже:

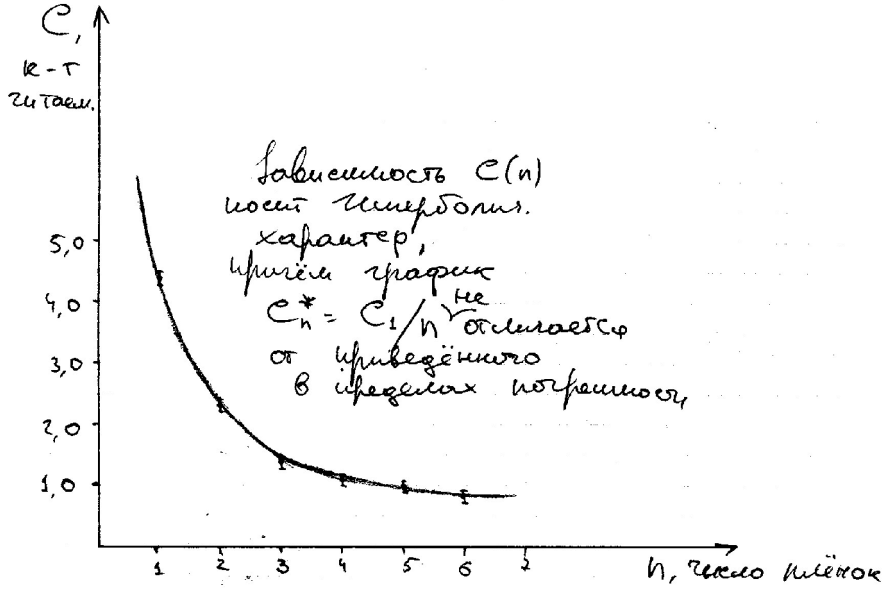






7.3. Обнаружилось, что зависимость C от количества плёнок носит *гиперболический характер*. Если коэффициент читаемости для одной плёнки составлял C_1, то для двух таких плёнок он будет равен (в пределах погрешности) $\frac{1}{2}\ C_1$, для трёх — $\frac{1}{3}\ C_1$, и т.д.

Ниже приводится экспериментальный график, построенный по данным п. **7.2.**:



Обратим внимание, что экстраполирующая гипербола (*сплошная линия на графике*), построенная по всего лишь одному экспериментальному значению по формуле:

$$C^*_n = \frac{1}{n} C_1,$$

проходит через все экспериментальные точки в пределах погрешности измерений (!)

§8. Психологический фактор

8.1. Как отмечалось выше, попытка количественного описания степени размытости буквы или текста через возможность *прочесть, т.е. распознать* эту букву носит в значительной степени субъективный характер.

Текст, размытый в той степени, что его ещё может прочитать один человек, уже не сможет прочесть другой — со своими особенностями зрения, интуиции, зрительной памяти, владения языком, на котором написан текст.

В условии задачи задается вопрос, при каких условиях «*текст всё ещё можно прочитать*». Очевидно, что с самого первого проведенного эксперимента по читаемости мы *принципиально* не можем закрыть глаза на *человеческий фактор*.

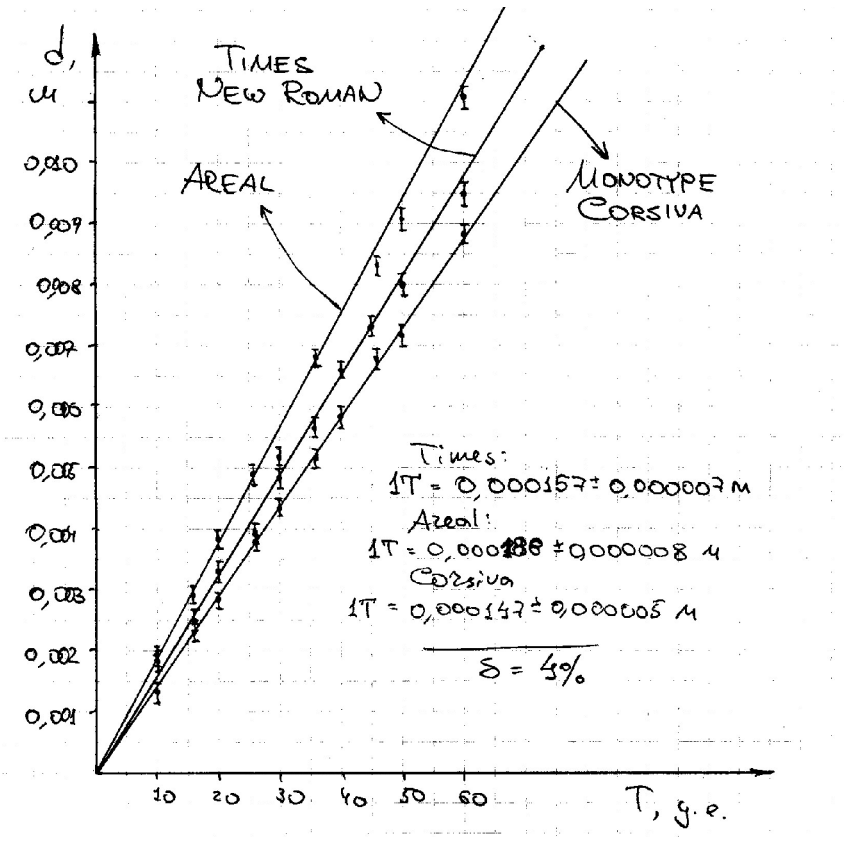
8.2. На читаемость текста (при одинаковой высоте букв, размытого в одной и той же степени) влияют:

1) Язык, на котором текст написан. Человек вполне может достроить в мозгу текст на родном языке (!), но текст на незнакомом языке, где необходимо не угадывать слова и фразы, а кропотливо распознавать все буквы он может уже не прочесть.

2) Шрифт. Индивидуальные особенности разных шрифтов могут привести к тому, что один из них ещё можно распознать, а другой уже нет.

3) Опыт испытуемого. Выяснилось, что после непродолжительных занятий по чтению размытого текста испытуемые могут прочесть то, что ещё несколько минут тому назад они совсем не могли распознать.

8.3. При постоянном тигле различные шрифты имеют разную высоту прописных букв. На графике зависимости высоты букв *d* от тигля *T* приводятся рассчитанные размеры единичного тигля, которые характеризуют относительные размеры шрифтов. →



Особенности восприятия различных языков и шрифтов, отмеченные в п. **8.2**, могут быть охарактеризованы *количественно* (!) при помощи коэффициентов читаемости. Эксперименты проводились на нескольких испытуемых и отличались хорошей воспроизводимостью (погрешность учитывает усреднение значений *C* для нескольких людей). Сравнительные характеристики читабельности приводятся ниже:

Сравнение коэф-та читаемости различных шрифтов

Times N.R.	Arial	Monotype Corsiva
2,4 ± 0,1 (100%)	2,5 ± 0,1 (105%)	1,7 ± 0,1 (70%)

Сравнение коэф-та читаемости различных языков (для русскоговорящего испытуемого)

Русский	Белорусский	Финский
2,4 ± 0,1 (100%)	2,1 ± 0,1 (88%)	1,3 ± 0,1 (54%)

8.4. Испытуемые, которые прекрасно знали и кириллический и латинский алфавиты, могли распознавать русские слова при степени размытия *вдвое* (!) превышавшей ту, при которой они могли распознавать финские слова! (В ходе экспериментов требовалось отчетливо указать каждую букву). Близкий, но всё же непривычный, белорусский язык (кириллица, но много незнакомых слов, непривычная орфография) снижала читабельность текста менее существенно.

Вывод, к которому можно прийти, — человек угадывает и достраивает в мозгу знакомые слова по контуру, по набору соседних букв раньше, чем он сможет скрупулезно распознать каждый символ.

Проверь себя!

Напоследок, читатель может сам убедиться в некоторых тезисах, обсуждающихся в работе.

Никуда не подглядывая, внимательно взгляните на этот рисунок и попытайтесь прочесть каждую из 8 строчек:

Можете ли Вы прочесть третью сверху?

Почти наверняка, Вы разобрали первое и третье слово, а также число, стоящее справа. Возможно, Вы правильно прочли и среднее слово.

А теперь, взгляните на самую нижнюю строку. *Она напечатана тем же шрифтом, что и третья, размыта в той же степени, однако она на французском языке.*

Запишите на бумажку то, что Вы могли распознать, и сверьтесь с **§5**, откуда взят рисунок.

Выводы

Причина размытия текста состоит не в рассеянии внутри полимерной пленки, а в рассеянии на поверхностных шероховатостях.

Степень размытости изображения увеличивается при удалении плёнки от текста, но практически не зависит от расстояния между плёнкой и глазом наблюдателя.

Читаемость текста *индивидуальна* для данной системы (шрифт, наблюдатель, плёнка, сквозь которую мы смотрим, язык текста и др.) Тем не менее, со значительной точностью сохраняется *линейность* зависимости максимального расстояния читаемости от тигля букв *L(d)*. Для того, чтобы *количественно* описать степень размытия изображения, вводится безразмерный критерий читаемости *C*, характеризующий конкретную систему.

Сравнение компьютерной модели с экспериментальными данными позволяет судить, что математический алгоритм размытия текста и критерии его оценки позволяют эффективно *моделировать изображение (образ) размытого текста* для разных полимерных плёнок в разных условиях.

Человеческий фактор играет определяющую роль при распознавании размытого текста.

Благодарности

Автор выражает огромную признательность студенту *111* группы физического факультета СПбГУ Семену Проскурякову, который разработал и оптимизировал компьютерную программу, размывающую изображение.

В равной мере автор благодарен студенту *313* группы физического факультета СПбГУ Михаилу Лемаренко за обсуждение, критику и уточнение теоретической модели.

Два рисунка на *стр. 7* были сделаны учеником АГ СПбГУ Алексеем Помеловым, который, в свою очередь, опирался на полученные результаты во время доклада по теме задачи на третьем отборочном бое XXV Всероссийского турнира юных физиков в Екатеринбурге *19 марта 2003 г.*

Отдельная благодарность должна быть выражена всем, кто проявил терпение и принял участие в экспериментах по определению читаемости образцов текста.

Приложение: текст программы

```
uses crt;
label
quit,next;
var
f,f1:file of byte;
f2:text;
pix:array[0..251,0..251] of byte;
name,name1:string;
k,x,y,x1,y1:integer;
x0,y0,i,del,pix1,number,ch:byte;
d,g,s,si:real;
```

```
begin
assign(f2,'list2.txt');
reset(f2);
readln(f2,number);
for k:=1 to 60 do writeln(' ');

for ch:=1 to number do begin
readln(f2,name);
readln(f2,d);
readln(f2,del);
writeln('file ',name);
writeln('distance = ',d);
writeln('precision=  ',del);
name1:=name+'1.bmp';
name:=name+'.bmp';
assign(f,name);
assign(f1,name1);
rewrite(f1);
reset(f);
if d<0.5 then begin
 writeln('Wrong distance');
 goto quit;
end;

for k:=1 to 18 do begin
 read(f,i);
 write(f1,i);
end;
read(f,x0);
write(f1,x0);

for k:=1 to 3 do begin
 read(f,i);
 write(f1,i);
end;
read(f,y0);
write(f1,y0);

if (x0>252) or (y0>252) then begin
 writeln('Picture is too large!');
 goto quit;
end;

for k:=1 to 31 do begin
 read(f,i);
 write(f1,i);
end;

for x:=0 to x0-1 do begin
 for y:=0 to y0-1 do begin
  read(f,pix[x,y]);
  read(f,i);
  read(f,i);
 end;
end;
writeln('x= ',x0,' y= ',y0);
g:=0;
for x:=0 to x0-1 do begin
 for y:=0 to y0-1 do begin
  for x1:=x-del to x+del do
  for y1:=y-del to y+del do begin
```

```
   if (x1<0) or (x1>x0-1) or (y1<0) or (y1>y0-1) then goto next;
   s:=sqr(x1-x)+sqr(y1-y)+sqr(d);
   si:=sqr(d/s)/(2*3.141592654);
   g:=g+pix[x1,y1]*si;
   next:
  end;
  pix1:=round(g*1);
  write(f1,pix1);
  write(f1,pix1);
  write(f1,pix1);
  g:=0;
 end;
 gotoxy(40,25);
 write(round(x/(x0-1)*100),'%');
end;
close(f);
close(f1);
writeln('OK');
quit:
end;
close(f2);
readln;
end.
```

Работа выполнена между 15 окт. 2002 г. и 3 марта 2003 г. в Санкт-Петербурге. Дополнения и обсуждение до 19 марта 2003 г. в Екатеринбурге. Текст собран и дополнен летом 2004 г. в Горах. Незначительно уточнён 29—30 авг. 2009 г. во Фрибуре.